Lösen von Wurzelgleichungen

Wurzelgleichungen sind Gleichungen bei denen die Unbekannte unter einer Wurzel steht. Dabei kann es sich um Quadratwurzeln oder um Wurzeln mit einem beliebigen Wurzelexponenten handeln. Sie werden nach einem bestimmten Schema gelöst, das aus mehreren Schritten besteht.

1. Wurzel isolieren, das heißt sie wird auf eine Seite der Gleichung gebracht.
2. Gleichung mit dem Wurzelexponenten potenzieren um die Wurzel aufzuheben.

   Hier gibt es nun folgende 2 Möglichkeiten.

3a. Es ergibt sich eine Gleichung mit einer Unbekannten.
In diesem einfacheren Fall wird die Gleichung nach x umgestellt und damit die Unbekannte x eindeutig bestimmt.

3b. Es ergibt sich eine quadratische Gleichung.
In diesem Fall kommt die PQ-Formel zu Anwendung. Sie liefert als Ergebnis 2 Lösungen. Da jedoch nur eine Lösung die richtige sein kann, muss überprüft werden, welche der beiden Lösungen die richtige ist ? Dies geschieht durch eine Probe bei der x1 bzw. x2 nach der PQ-Formel in die Ausgangsgleichung eingesetzt wird. Setzt man die richtige Lösung ein, geht die Gleichung auf.

Gesucht ist Faktor x der folgenden Wurzelgleichung $3x - \sqrt{9-6x} = 5$

$3x - \sqrt{9-6x} = 5$	|	1 Schritt Wurzel isolieren
$\sqrt{9-6x} = 5 - 3x$	|	d.h. Wurzel auf eine Seite der Gleichung bringen
$(\sqrt{9-6x})^2 = (5-3x)^2$	|	2 Schritt, mit dem Wurzelexponent potenzieren
$9 - 6x = (5-3x)(5-3x)$	|	um die Wurzel zu beseitigen
$9 - 6x = 25 - 15x - 15x + 9x^2$	|	Zusammenfassen, 0-Form, normalisieren
$9x^2 - 30x + 25 = 9 - 6x$	|	Gleichung in Nullform bringen, d.h. 0 = …
$0 = 9x^2 - 24x + 16$	|	Normalisieren, d.h. der Faktor vor x^2 muss +1 sein
$0 = \frac{9x^2}{9} - \frac{24x}{9} + \frac{16}{9}$	|	Gleichung durch 9 teilen um auf $1x^2$ zu kommen
$0 = x^2 - \frac{24}{9}x + \frac{16}{9}$	|	Allgemeinform liegt vor, Gleichung ist normalisiert

Lösen von Wurzelgleichungen

Erst nachdem eine quadratische Gleichung auf die allgemeine Normalform gebracht wurde, ist die PQ-Formel anwendbar um die Lösung(en) zu berechnen.

$\boxed{f(x) = ax^2 + bx + c}$ Normalform bei quadratischen Gleichungen

$\boxed{x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}$ Faktor p = b und Faktor q = c aus der Allgemeinform

$0 = x^2 - \frac{24}{9}x + \frac{16}{9}$ | $f(x) = ax^2 + bx + c$

| $b = p = -\frac{24}{9}$; $c = q = +\frac{16}{9}$

$x_{1/2} = -\left(\frac{-\frac{24}{9}}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{-\frac{24}{9}}{2}\right)^2 - \left(+\frac{16}{9}\right)}$ | p und q in die PQ-Formel einsetzen

$x_{1/2} = \frac{24}{18} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{16}{9}}$ | Zusammenfassen, vereinfachen…

$x_{1/2} = \frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{16}{9} - \frac{16}{9}}$ | Diskriminante = 0, d.h. es gibt nur eine Lösung !

$x = +\frac{4}{3}$

Probe:
Die Probe wird durchgeführt um zu überprüfen, ob die ermittelte Unbekannte stimmt ?

$\sqrt{9 - 6x} = 5 - 3x$ | $x = +\frac{4}{3}$ in die Ausgangsgleichung einsetzen

$\sqrt{9 - 6\left(\frac{4}{3}\right)} = 5 - 3\left(\frac{4}{3}\right)$ | Zusammenfassen

$\sqrt{9 - 8} = 5 - 4$

$\sqrt{1} = 1$ | Die Gleichung geht auf, x = 1 ist richtig !

IL={1}

Mail: dirkkipper777@hotmail.com
Web: http://www.dirkkipper.de/

Dirk Kipper