Integralrechnung
(Wichtige Grundlagen)

Bevor das Thema Integralrechnung weiter vertieft wird, möchte ich einige Grundlagen und Begriffe zu diesem Thema näher erläutern, um späteren Verständnisproblem vorzubeugen.

Was bedeutet eigentlich integrieren ? Integrieren bedeutet quasi das Gegenteil von Differenzieren. Statt abgeleitet wird aufgeleitet. Das Rechenverfahren des Ableitens wird beim Integrieren in umgekehrter Weise angewendet.

Der Unterschied zwischen Differenzieren und Integrieren

Bildung der Ableitung

$f(x) = 3x^2 + 6x$	I	Ausgangsfunktion
$f'(x) = 2(3)x^{2-1} + 6(1)x^{1-1}$	I	Der Exponent wird mit dem Faktor vor dem x multipliziert und wird dafür um einen Faktor kleiner.
$f'(x) = 6x + 6$	I	Das Ergebnis ist die 1. Ableitung.

Bildung der Aufleitung

$f(x) = 3x^2 + 6x$	I	Ausgangsfunktion
$f(x) = 3x^{2+1} + 6x^{1+1}$	I	a. Der Exponent wird um eins erhöht.
$f(x) = ?\,x^3 + ?\,x^2$	I	b. Jetzt rechnet man rückwärts. Die Frage lautet… Mit welchem Faktor muss man multiplizieren, um
3 * ? = 3 ? 2 * ? = 6 ?		wieder auf den ursprünglichen Wert des Faktors vor dem x der Ausgangsfunktion zu kommen ?
$f(x) = 1x^3 + 3x^2$	I	Das Ergebnis ist die Aufleitung.

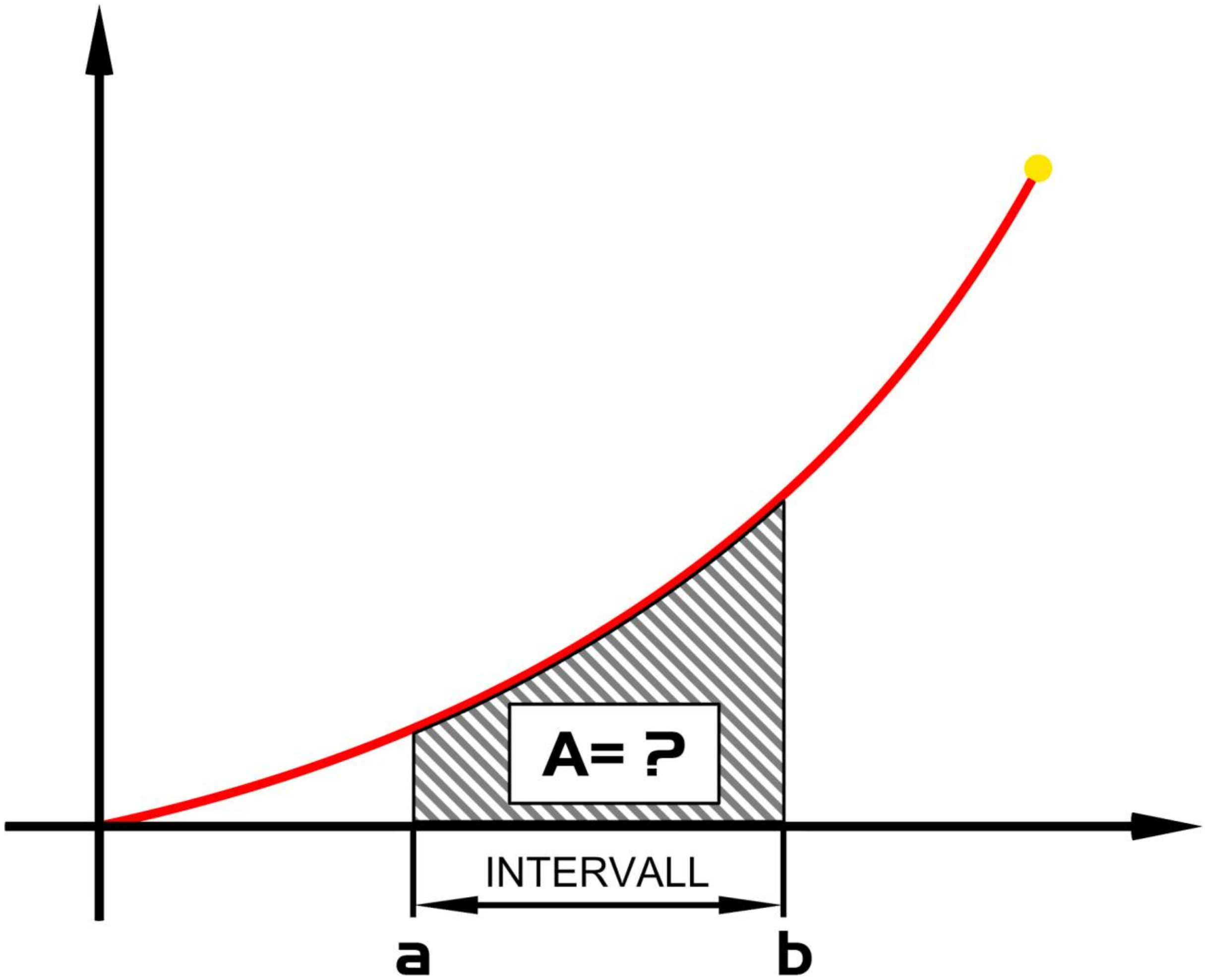
Gegenprobe:
Differenziert man diese Aufleitung, so erhält man wieder die ursprüngliche Funktion !

$f(x) = 1x^3 + 3x^2$	I	Aufgeleitete Ausgangsfunktion
$f'(x) = 3(1)x^{3-1} + 2(3)x^{2-1}$	I	Bildung der ersten Ableitung (Differenzieren).
$f'(x) = 3x^2 + 6x$	I	Das Ergebnis ist wieder die Ausgangsfunktion.

Integralrechnung
(Wichtige Grundlagen)

Was macht man eigentlich bei der Integralrechnung ?

Die Integralrechnung beschäftigt sich mit der Berechnung von Flächeninhalten. Berechnet wird der Flächeninhalt zwischen einem Funktionsgraphen und der X-Achse innerhalb eines bestimmten Wertebereiches. Dieser Bereich wird auch Intervall genannt und ist durch die Faktoren a und b in der Regel vorgegeben.



Berechnung einer Fläche zwischen 2 Werten

Integralrechnung bedeutet Berechnung von Flächeninhalten unter Funktionsgraphen innerhalb vorgegebener Grenzen.

Integralrechnung
(Wichtige Grundlagen)

Das Integralzeichen und seine Schreibweise

Das Integralzeichen stammt aus dem griechischen und bedeutet zusammenfassen. Da es ja im Prinzip um das zusammenfasen kleiner Rechteckstreifen geht (um den Flächeninhalt zu berechnen), ist das eine passende Beschreibung für den Vorgang des Integrierens.

$$\int_a^b f(x)\ ax \qquad\qquad \int_a^b f(x)\ dx$$

a = Untere Integrationsgrenze
b= Obere Integrationsgrenze

f(x) = Integrand

ax = Differenzial von a
dx = Differenzial von x

Bedeutung des Differentials von a und von x / (dx) bzw. (ax)

Hierbei wird angegeben, welcher Faktor integriert werden soll. Die Ergebnisse sind vollkommen unterschiedlich wie das kleine Beispiel zeigt.

$$\int_2^4 (x^3 + ax)\ dx \quad = \quad [\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}ax^2]_2^4 \quad = \quad (64+8x) – (4+2a) = 60 + 6a$$

$$\int_2^4 (x^3 + ax)\ ax \quad = \quad [x^3a + \frac{1}{2}a^2x]_2^4 \quad = \quad (4x^3+8x) – (2x^3+2x) = 2x^3 + 6x$$

Integralrechnung
(Wichtige Grundlagen)

Wichtige Begriffe

Ausgangsfunktion
Die ursprüngliche Funktion, in der Regel $f_{(x)}$. $f(x) = 3x^2 + 6x$

Stammfunktion
Die Aufleitung der Ausgangsfunktion $f_{(x)}$. $f(x) = 1x^3 + 3x^2$

Flächeninhaltsfunktion
Die Aufleitung der Ausgangsfunktion $f_{(x)}$, sie wird mit $A_{0(x)}$ bezeichnet. Das A gibt jedoch eindeutig an, dass es sich hierbei um einen Flächeninhalt handelt.

$$f(x) = 3x^2 + 6x$$
$$A_0(x) = x^3 + 3x^2$$

Randfunktion
Die Randfunktion ist mit der Ausgangsfunktion $f_{(x)}$ identisch. Sie wird nur so genannt weil sie quasi der Rand ist, der den Flächeninhalt umschließt.

Bestimmtes Integral
Das bestimmte Integral ist durch die obere Integrationsgrenze (b) und die untere Integrationsgrenze (a) eindeutig bestimmt.

$$\int_a^b f(x)\ dx$$

Unbestimmtes Integral
Das unbestimmte Integral hat keine Integrationsgrenzen, ist also unbestimmt.

$$\int f(x)\ dx$$

Mail: dirkkipper777@hotmail.com
Web: http://www.dirkkipper.de/

Dirk Kipper